

Roll No.

प्री - फाईनल परीक्षा 2021

शासकीय महाविद्यालय गुरुर

B.Sc - II

Subject :- Mathematics Paper III

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) दृढ़ पिण्ड की साम्यावस्था के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि पिण्ड के विभिन्न बिन्दुओं पर समतलीय बलों का एक निकाय क्रियाशील है।

Find the necessary condition for equilibrium of the rigid body subjected by a system of coplanar forces acting at different points of the body.

- (ब) लम्बाई l के एक समांग चैन को समान क्षैतिज रेखा में दो बिन्दुओं A तथा B से इस प्रकार लटकाया गया है कि

[2]

प्रत्येक अन्तस्थ तनाव निम्नतम बिन्दु के तनाव का n गुना है। दर्शाइये कि विस्तृति AB अवश्य ही

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \log \left[n + \sqrt{n^2-1} \right] \text{ है।}$$

A uniform chain of length l is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point. Show that the span AB must be

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \log \left[n + \sqrt{n^2-1} \right].$$

- (स) सामान्य केटेनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the Cartesian equation of the common catenary.

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) समतल $lx + my + nz = 1$ की शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $lx + my + nz = 1$.

- (ब) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि सरल रेखा :

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

बलों के निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए एक शून्य रेखा हो सकती है।

Find the condition that the straight line

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n} \text{ may be a null line for the}$$

system of forces (X, Y, Z, L, M, N).

[3]

- (स) किसी दिये गये बल-निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the central axis of any given system of forces.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) एक कण एकसमान कोण सर्पिल $r = ae^{M\theta}$ पर अचर वेग से गतिमान है। ध्रुवान्तर रेखा और उसके लम्ब रूप दिशा में वेग और त्वरण के घटकों को ज्ञात कीजिए।

A particle describes an equiangular spiral $r = ae^{M\theta}$ with a constant velocity. Find the components of velocity and acceleration along the radius vector and perpendicular to it.

- (ब) किसी कण के त्रिज्य अनुप्रस्थ वेग λr तथा $\mu \theta$ हैं। बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि उसके त्रिज्य और अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ और $\mu \theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$ हैं।

The velocities of a particle along and perpendicular to the radius from a fixed origin are λr and $\mu \theta$. Find the path and show that the acceleration along and perpendicular to the radius vector are $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ and $\mu \theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$.

- (स) एक तोप के गोले का दो भिन्न-भिन्न प्रक्षेप कोणों के लिये एक दिये हुए क्षैतिज जल पर एक ही परास R है। यदि गोलों के दो पथों पर गोले की महत्तम ऊचाइयाँ h और k हों, तो सिद्ध कीजिए कि $R^2 = 16 hk$.

[4]

A cannon ball has a range R on a horizontal plane for two distinct angles of projection. If h and k are the greatest heights in the two paths, then prove that $R^2 = 16 hk$.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) एक कण नाभि की ओर दिष्ट एक बल $\frac{\mu}{(\text{दूरी})^2}$ के अन्तर्गत एक दीर्घवृत्त निर्मित करता है। यदि यह बल केन्द्र से दूरी r पर एक बिन्दु से वेग V से प्रक्षिप्त किया गया था, तो दर्शाइये कि इसका आवर्तकाल है :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$$

A particle describes an ellipse under a force $\frac{\mu}{(\text{distance})^2}$ towards the focus. If it was projected with the velocity V from a point distant r from the centre of force, show that its periodic time is :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$$

- (ब) एक कण आकाश में अचर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में ऐसे माध्यम में गति करता है जिसके प्रतिरोध बल उसके वेग के समानुपातिक है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

The particle falls under gravity (supposed constant) in a resisting medium whose resistance varies at the velocity. Discuss the motion of the particle.

[5]

- (स) सूर्य की परिक्रमा करने वाले किसी ग्रह का महत्तम तथा न्यूनतम वेग क्रमशः 30 और 29.2 किमी. प्रति सेकण्ड है। उसकी कक्षा की उत्क्रेन्द्रता ज्ञात कीजिए।

The greatest and least velocities of a certain planet in its orbit round the sun are 30 and 29.2 km/second. Find the eccentricity of the orbit.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) एक कण V वेग से एक चिकने क्षैतिज समतल पर ऐसे माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है, जिसकी प्रति इकाई पर प्रतिरोध k है। दर्शाइये कि t समय के पश्चात् कण का वेग v और इस समय में चली गई दूरी s निम्नांकित से दी जाती है :

$$v = Ve^{-kt} \text{ and } s = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt}).$$

A particle is projected with velocity V along a smooth horizontal plane in a resisting medium resistance per unit mass is k . Show that the velocity v after a time t and the distance travelled s in that time are given by :

$$v = Ve^{-kt} \text{ and } s = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt}).$$

- (ब) m द्रव्यमान के एक कण को गुरुत्वाकर्षण के अधीन ऊपर फेंका गया, तो हवा का प्रतिरोध वेग का mk गुना है। सिद्ध कीजिए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम ऊँचाई $\frac{V^2}{9} \lambda - \log(1 + \lambda)$ है, जहाँ λV प्रारंभिक वेग तथा V कण का अंत्य वेग है।

[6]

A particle of mass m is projected vertically under gravity, the resistance of air along mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{9} \lambda - \log(1 + \lambda)$, where V is the terminal velocity and λV be the initial velocity of the particle.

- (स) एक कण एक केन्द्रीय त्वरण P के अन्तर्गत एक माध्यम, जिसका अवरोध k (वेग)² है, गति करता है। दर्शाइये कि इसके पथ का समीकरण है :

$$\frac{d^2 u}{d \theta^2} + u = \frac{P}{h^2 u^2} e^{2ks}$$

जहाँ s चाप की लम्बाई और बल के केन्द्र के सापेक्ष प्रारंभिक संवेग का आघूर्ण (कोणीय संवेग) h है।

A particle moves with a central acceleration P in a medium of which the resistance is k (velocity)², Show that the equation to its path is :

$$\frac{d^2 u}{d \theta^2} + u = \frac{P}{h^2 u^2} e^{2ks}$$

where s is the length of the arc described and h is the initial moment of momentum about the centre of force.